

STREUMAßE

Um die Höhe des Eiffelturms zu messen, werden übers Jahr verteilt mehrere Messungen durchgeführt.

(Man könnte auch monatliche Messungen machen, aber Einfachheit halber hier aber nur 5 Messungen.)

Anders Anwendungsbeispiel: Bei einem Messinstrument soll die Standardabweichung angegeben werden. Dazu könnten 30 Messungen einer bekannten Größe ausgeführt werden. Die Messungen sollten Temperatur und Windinflüsse ausschließen.

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Σ	$\frac{\Sigma}{5}$
Höhe	329,9	330,1	330,3	329,7	330	1650	$330 = \bar{x}$
$x_i - \bar{x}$	-0,1	0,1	0,3	-0,3	0	0	0
$ x_i - \bar{x} $	0,1	0,1	0,3	0,3	0	0,8	$0,16 = \bar{d}$
$(x_i - \bar{x})^2$	0,01	0,01	0,09	0,09	0	0,2	$0,04 = \text{Var}$

im Beispiel

* „Betrag“ macht jeden Wert positiv

z.B. $|-0,1| = 0,1$

i	Laufvariable	1-5
x_i	Messwerte	$x_1 - x_5$
Σ	Summe	
$\bar{x}$	arithmetisches Mittel	
n	Anzahl Messwerte	5
$\bar{d}$	mittlere absolute Abweichung	
Var	Varianz	
σ / s	Standardabweichung	
v	Variationskoeffizient	

arithmetisches Mittel („Durchschnitt“)

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i = \frac{1}{5} (329,9 + 330,1 + \dots + 330) = \frac{1650}{5} = \underline{\underline{330 \text{ [m]}}}$$

mittlere absolute Abweichung („durchschnittliche Abweichung vom Durchschnitt“)

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \frac{1}{5} \cdot \sum_{i=1}^5 |x_i - 330| = \frac{1}{5} \cdot (|329,9 - 330| + |330,1 - 330| + \dots + |330 - 330|) \\ &= \frac{1}{5} \cdot (|-0,1| + |0,1| + |0,3| + |-0,3| + |0|) \\ &= \frac{1}{5} \cdot (0,1 + 0,1 + 0,3 + 0,3 + 0) \\ &= \frac{1}{5} \cdot 0,8 = \underline{\underline{0,16 \text{ [m]}}} \end{aligned}$$

Varianz

$$\text{Var} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$\begin{aligned} \text{Var} &= \frac{1}{5} \cdot \sum_{i=1}^5 (x_i - 330)^2 = \frac{1}{5} \cdot ((329,9 - 330)^2 + (330,1 - 330)^2 + \dots + (330 - 330)^2) \\ &= \frac{1}{5} \cdot ((-0,1)^2 + (0,1)^2 + (0,3)^2 + (-0,3)^2 + (0)^2) \\ &= \frac{1}{5} \cdot (0,01 + 0,01 + 0,09 + 0,09 + 0) \\ &= \frac{1}{5} \cdot 0,2 = \underline{\underline{0,04 \text{ [m}^2\text{]}}} \end{aligned}$$

Standardabweichung (Maß für die Abweichung vom Durchschnitt)

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}}$$

$$\sigma = \sqrt{0,04} = \underline{\underline{0,2 \text{ [m]}}}$$

Variationskoeffizient (Verhältnis der Abweichung vom Mittelwert)

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{0,2}{330} = 0,06 \%$$